

Exercícios Resolvidos – Astronomia (Gravitação Universal)

0 - Cite as leis de Kepler do movimento dos corpos celestes.

I – "As órbitas que os planetas descrevem ao redor do Sol são elípticas, com o Sol ocupando um dos focos da elipse".

II – “ O segmento de reta imaginário que une o centro do Sol ao centro do planeta descreve áreas proporcionais aos tempos gastos para percorrê-las”

III – “ Os quadrados dos períodos T de revolução dos planetas (tempo que demora para efetuar uma volta completa em torno do Sol) são proporcionais aos cubos das suas distâncias médias R ao Sol”

1 – Descreva o que você considera importante saber sobre as leis de Kepler.

As três leis de Kepler são válidas sempre que um corpo gravite em torno de outro com massa bastante superior, como por exemplo, os satélites artificiais em torno da Terra e tornam-se mais simples escolhendo o Sol como sistema de referência.

Os planetas aceleram do afélio para o periélio (velocidade máxima no periélio) e retardam do periélio para o afélio (velocidade mínima no afélio). Se a órbita fosse circular a velocidade de translação seria constante.

Os planetas giram ao redor do Sol em torno de um ponto comum, o centro de massa do sistema Sol-planeta, mas como a massa de qualquer planeta é muito pequena em relação à massa do Sol, esse ponto está localizado no centro do Sol. Assim, os planetas giram em torno do centro do Sol que está num dos focos da elipse. Já para o sistema Terra-Lua, como a massa da Lua não é insignificante em relação à massa da Terra (aproximadamente 81 vezes menor), este ponto comum está localizado no interior da Terra, a uma distância aproximada de 74% do raio terrestre, a partir do centro da Terra.

Na expressão $T^2/R^3=K$, observamos que a medida que R aumenta, T também aumenta, o que significa que quanto mais afastado o planeta estiver do Sol maior será seu ano (tempo que demora para dar uma volta completa ao redor do Sol)

A constante K depende apenas da massa do Sol e não do planeta que gira ao seu redor

Para dois planetas quaisquer como, por exemplo, Terra e Marte, vale a relação

$$T_T^2/R_T^3=T_M^2/R_M^3$$

O verão não ocorre quando a Terra está no periélio e nem o inverno quando ela está no afélio. As estações ocorrem devido a inclinação do eixo da Terra (23,5°) em relação ao Sol somada ao movimento de translação, permitindo com que alguns lugares recebam os raios solares com maior intensidade em determinadas épocas.

2 - Por que o período de translação do planeta Mercúrio em torno do Sol é menor que o da Terra ?

Porque sua distância média ao Sol é menor do que a da Terra, pela terceira lei de Kepler quanto maior a distância média ao Sol maior o período de translação.

3 - Marte tem dois satélites: Fobos, que se move em órbita circular de raio 10000 km e período $3 \cdot 10^4$ s, e Deimos, que tem órbita circular de raio 24000 km. Determine o período de Deimos.

Sabemos da Terceira Lei de Kepler que: $\frac{T^2}{r^3} = k$, onde T é o período de translação do planeta e r é a distância média do planeta ao Sol.

Mas podemos generalizá-la para satélites que orbitam um planeta, desta forma podemos

escrever: $\frac{T_F^2}{r_F^3} = K$, onde T_F é o período orbital de Fobos em torno de Marte e r_F é a distância média entre

Marte e Fobos.

Também podemos escrever: $\frac{T_D^2}{r_D^3} = K$, onde T_D é o período orbital de Deimos em torno de Marte e r_D é a distância média entre Marte e Deimos.

Igualando as duas equações podemos escrever: $\frac{T_F^2}{r_F^3} = \frac{T_D^2}{r_D^3}$, portanto temos: $T_D^2 = \frac{T_F^2 \cdot r_D^3}{r_F^3}$, então:

$$T_D = \sqrt{\frac{(3 \cdot 10^4)^2 \times (2,4 \cdot 10^4)^3}{(10^4)^3}} \approx 11,4 \cdot 10^4 \text{ s} = 1,14 \cdot 10^5 \text{ s}$$

4 - A Terra descreve uma elipse em torno do Sol cuja área é $A=6,98 \cdot 10^{22} \text{ m}^2$. Qual é a área varrida pelo raio que liga a Terra ao Sol entre 0,0 h do dia 1º de abril até 24 h do dia 30 de abril do mesmo ano.

De acordo com a Segunda Lei de Kepler a área varrida pelo raio que liga a Terra ao Sol é proporcional ao intervalo de tempo para varrê-la. Logo se em um ano, que possui 12

meses, a área varrida é de $6,98 \cdot 10^{22} \text{ m}^2$, em um mês será: $\frac{6,98 \cdot 10^{22}}{12} \approx 5,82 \cdot 10^{21} \text{ m}^2$.

5 - (Direito. C.L.) Tendo em vista as Leis de Kepler sobre os movimento dos planetas, pode-se afirmar que:

- a. a velocidade de um planeta, em sua órbita, aumenta à medida que ele se afasta do sol;
- b. o período de revolução de um planeta é tanto maior quanto maior for sua distância do sol;
- c. o período de revolução de um planeta é tanto menor quanto maior for sua massa;
- d. o período de rotação de um planeta, em torno de seu eixo, é tanto maior quanto maior for seu o período de revolução;
- e. o sol se encontra situado exatamente no centro da órbita elíptica descrita por um dado planeta.

Alternativa: b, pois segundo a Terceira Lei de Kepler constata-se que quanto maior a distância média do planeta ao Sol, maior também é o período de revolução.

6 - O movimento de translação da Terra é:

- a. periódico;
- b. retilíneo uniforme;
- c. circular uniforme;
- d. retilíneo, mas não uniforme;
- e. circular não uniforme.

Alternativa: a, pois segundo as Leis de Kepler os planetas descrevem órbitas elípticas com velocidade variável.

7 - Baseando-se nas leis de Kepler pode-se dizer que a velocidade de um planeta:

- a. independe de sua posição relativamente ao sol;
- b. aumenta quando está mais distante do sol;

- c. **diminui quando está mais próximo do sol;**
- d. **aumenta quando está mais próximo do sol;**
- e. **diminui no periélio.**

Alternativa: d, pois a Segunda Lei de Kepler nos leva a concluir que no periélio a velocidade é máxima e no afélio é mínima.

8 - No sistema planetário:

- a. **cada planeta se move numa trajetória elíptica, tendo o sol como o centro;**
- b. **a linha que une o sol ao planeta descreve áreas iguais em tempos iguais;**
- c. **a razão do raio de órbita para seu período é uma constante universal;**
- d. **a linha que liga o Sol ao planeta descreve no mesmo tempo diferentes áreas.**

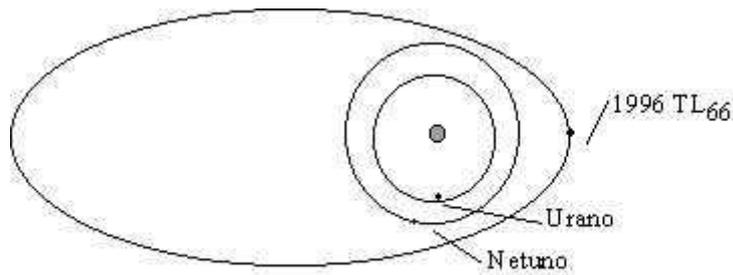
Alternativa: b, que descreve a Segunda Lei de Kepler.

9 - Na figura que representa esquematicamente o movimento de um planeta em torno do sol, a velocidade do planeta é maior em:

<ul style="list-style-type: none"> a. A b. B c. C d. D e. E 	
---	--

Alternativa: a, pois se conclui de acordo com a Segunda Lei de Kepler que quanto mais próximo está o planeta do Sol maior sua velocidade.

10 - (PUC) A figura abaixo representa o Sol, três astros celestes e suas respectivas órbitas em torno do Sol: Urano, Netuno e o objeto recentemente descoberto de nome 1996 TL₆₆.



Analise as afirmativas a seguir:

- I. **Essas órbitas são elípticas, estando o Sol em um dos focos dessas elipses.**
- II. **Os três astros representados executam movimento uniforme em torno do Sol, cada um com um valor de velocidade diferente da dos outros.**
- III. **Dentre todos os astros representados, quem gasta menos tempo para completar uma volta em torno do Sol é Urano.**

Assinale:

- a. **se todas as afirmativas são corretas.**
- b. **se todas as afirmativas são falsas.**
- c. **se apenas as afirmativas I e II são corretas.**
- d. **se apenas as afirmativas II e III são corretas.**
- e. **se apenas as afirmativas I e III são corretas.**

Alternativa: e, pois I está correta de acordo com a primeira Lei de Kepler, II está errada de acordo com uma consequência da segunda Lei de Kepler em que no periélio a velocidade é máxima e no afélio é mínima e III está correta de acordo com a terceira Lei de Kepler.

11 - A intensidade do campo gravitacional na superfície de um planeta depende de quais fatores ?

Podemos notar que fatores são importantes a partir da interpretação da equação que

determina a intensidade do campo gravitacional:
$$g = G \cdot \frac{M}{d^2},$$

observamos que a intensidade do campo gravitacional (g) é proporcional a massa (M) do planeta e inversamente proporcional ao quadrado da distância (d) ao centro do planeta.

12 - A forma da Terra não é perfeitamente esférica. Isso significa que a aceleração da gravidade não tem, a rigor, o mesmo valor em todos os pontos da superfície. Sabendo que na região do Equador o raio da Terra é um pouco maior do que nos

pólos, o que se pode dizer quanto ao valor da aceleração da gravidade nesses locais?

Sabemos que a intensidade do campo gravitacional é inversamente proporcional ao quadrado da distância ao centro da Terra, conseqüentemente como o raio equatorial é maior que o polar a intensidade do campo gravitacional é menor na linha do equador e maior nos pólos.

13 - O monte Everest é um dos pontos mais altos da superfície da Terra. Sabendo-se que sua altura em relação ao nível do mar é de aproximadamente 9000 m, determine a aceleração da gravidade no topo do monte. Dados: raio médio da Terra = $6,4 \cdot 10^6$ m, massa da Terra = $6 \cdot 10^{24}$ kg e $G = 6,7 \cdot 10^{-11}$ N.m²/kg².

A distância do alto do monte Everest até o centro da Terra é $d = h + r = 9 \cdot 10^3 + 6,4 \cdot 10^6 = 6,409 \cdot 10^6$ m. Usando a equação que determina a intensidade do campo gravitacional

temos:

$$g = G \cdot \frac{M}{d^2} = 6,7 \cdot 10^{-11} \frac{6 \cdot 10^{24}}{(6,409 \cdot 10^6)^2} \approx 9,78 \frac{N}{kg}$$

14 - Um satélite de comunicações orbita a Terra a uma altitude de 35700 km da superfície da Terra. Calcule o valor da aceleração da gravidade a essa altitude. Dados: raio médio da Terra = $6,4 \cdot 10^6$ m, , massa da Terra = $6 \cdot 10^{24}$ kg e $G = 6,7 \cdot 10^{-11}$ N.m²/kg².

A distancia da órbita do satélite até o centro da Terra é $d = h + r = 3,57 \cdot 10^7 + 6,4 \cdot 10^6 = 4,21 \cdot 10^7$ m. Usando a equação que determina a intensidade do campo gravitacional

temos:

$$g = G \cdot \frac{M}{d^2} = 6,7 \cdot 10^{-11} \frac{6 \cdot 10^{24}}{(4,21 \cdot 10^7)^2} \approx 0,224 \frac{N}{kg}$$

15 - Enuncie a lei da gravitação universal proposta por Isaac Newton.

Entre dois corpos massivos existe uma força atrativa que é proporcional ao produto da massa dos corpos e inversamente proporcional ao quadrado da distância entre seus centros de massa.

16 - As afirmativas seguintes costumam ser feitas por pessoas que não conhecem muito bem a Lei da Gravitação Universal. Apresente argumentos, que mostrem que estas afirmativas não são corretas.

"A força de atração da Terra sobre um satélite artificial é nula, porque eles estão muito afastados de seu centro."

Se a força de atração sobre um satélite fosse nula, o satélite se moveria em Movimento Retilíneo Uniforme e não orbitaria a Terra. É a força gravitacional que atua como resultante das forças centrípetas e mantém o satélite em movimento curvilíneo.

"Um foguete não será mais atraído pela Terra quando ele chegar a regiões fora da atmosfera terrestre."

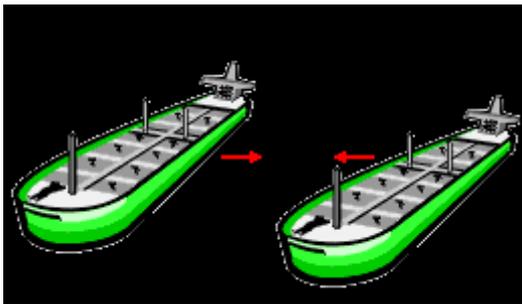
Apesar da força gravitacional diminuir com o quadrado a distância entre os centros de massas do corpos, por mais distante que um foguete estiver da Terra ele sempre será atraído por ela. Matematicamente a atração seria nula apenas quando a distância fosse infinita.

17 - Calcule a força de atração gravitacional entre o Sol e a Terra. Dados: massa do Sol = $2 \cdot 10^{30}$ kg, massa da Terra = $6 \cdot 10^{24}$ kg, distância entre o centro do Sol e o centro da Terra = $1,5 \cdot 10^{11}$ m e $G = 6,7 \cdot 10^{-11}$ N.m²/kg².

Usando a Lei de Gravitação Universal, temos: $F = G \cdot \frac{M \cdot m}{d^2}$, substituindo os valores

$$F = 6,7 \cdot 10^{-11} \cdot \frac{2 \cdot 10^{30} \cdot 6 \cdot 10^{24}}{(1,5 \cdot 10^{11})^2} = 3,573 \cdot 10^{22} N$$

dados na equação, obtemos:



18 - Dois navios de 300.000 toneladas cada estão separados por uma distância de 100 metros entre seus centros de massa. Calcule o valor da força de atração gravitacional entre eles. Dado: $G = 6,7 \cdot 10^{-11}$ N.m²/kg².

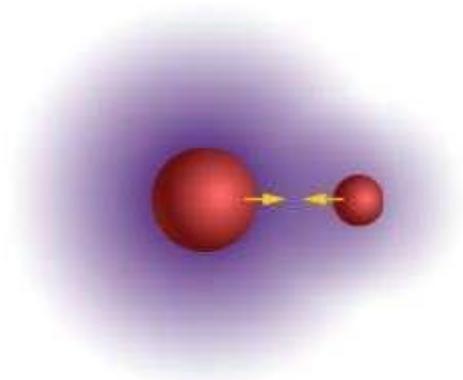
Usando a Lei de Gravitação Universal,

temos: $F = G \cdot \frac{M \cdot m}{d^2}$, substituindo os valores dados na equação, notando que 300000 ton = $3 \cdot 10^8$ kg e 100 m = 10^2 m,

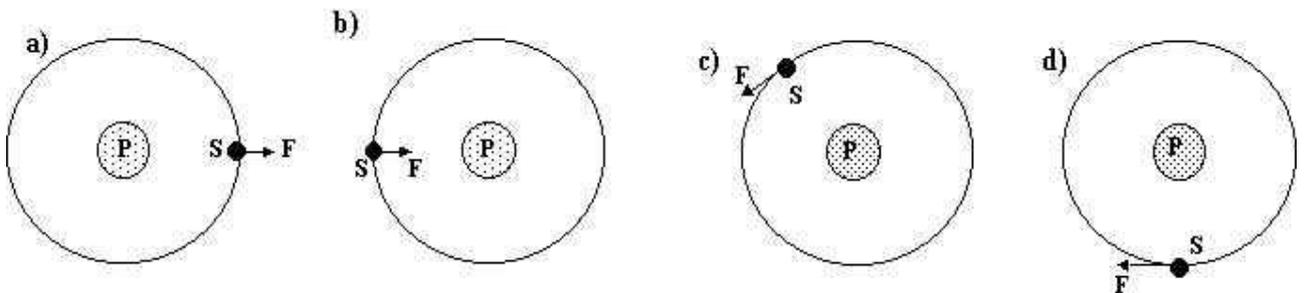
$$F = 6,7 \cdot 10^{-11} \cdot \frac{(3 \cdot 10^8)^2}{(10^2)^2} = 603 N$$

obtemos:

esta força é insuficiente para causar movimento nos navios pois precisaria “vencer” a resistência da água ao movimento.

	<p>19 - Determine a força de atração gravitacional da Terra sobre a Lua, sendo dados: massa da Lua = 1.10^{23} kg; massa da Terra = 6.10^{24} kg; distância do centro da Terra ao centro da Lua = 4.10^5 km; $G = 6,7. 10^{-11}$ N.m²/kg².</p> <p>Usando a Lei de Gravitação Universal,</p> $F = G \cdot \frac{M \cdot m}{d^2}$ <p>temos:</p> <p>substituindo os valores dados na equação, notando que 4.10^5 km = 4.10^8 m, obtemos:</p> $F = 6,7.10^{-11} \cdot \frac{6.10^{24} \cdot 1.10^{23}}{(4.10^8)^2} \approx 2,5.10^{22} \text{ N}$
---	--

20 - (UNIPAC) Um satélite (S) gira em torno de um planeta (P) numa órbita circular. Assinale, dentre as opções abaixo, aquela que melhor representa a resultante das forças que atuam sobre o satélite.



Alternativa: b, pois a única força que atua sobre o satélite em órbita do planeta é a força gravitacional atrativa exercida pelo planeta.

21 - (UNIPAC 98) A lei da Gravitação universal pode ser matematicamente expressa por :

$$F = G \frac{m_1 \cdot m_2}{r^2}$$

onde: F = força de atração gravitacional,
G = constante universal de gravitação,
m₁ e m₂ = massas dos corpos e r =
distância entre os corpos.

Se, na utilização da expressão acima, todas as grandezas estiverem expressas no Sistema Internacional de Unidades (SI), a unidade da constante de gravitação será:

- a. N.m / g
- b. Kgf . m /g
- c. N . m² / g²
- d. N . m² / kg²

Alternativa: d, pois isolando a constante gravitacional na equação, temos: $G = \frac{F \cdot r^2}{m_1 \cdot m_2}$,
substituindo apenas as unidades do SI das grandezas, obtemos: $G \Rightarrow \frac{N \cdot m^2}{kg \cdot kg} = \frac{N \cdot m^2}{kg^2}$.